

Mecânica Analítica
 1º Semestre 2016 - 2ª Prova
 Data: 4 de julho

Nome:
 Matrícula:

1. Considere uma placa fina homogênea que repousa no plano xy .
 (a) Mostre que o tensor de inércia, em relação a qualquer ponto no plano, assume a forma

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} A & -C & 0 \\ -C & B & 0 \\ 0 & 0 & A + B \end{pmatrix}$$

- (b) Se os eixos coordenados girarem por um ângulo θ em torno do eixo z , mostre que o novo tensor é:

$$\mathbf{I}' = \begin{pmatrix} A' & -C' & 0 \\ -C' & B' & 0 \\ 0 & 0 & A' + B' \end{pmatrix}$$

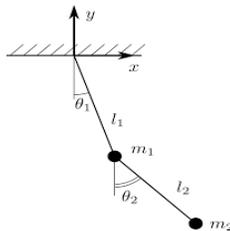
onde

$$\begin{aligned} A' &= A \cos^2 \theta - C \sin 2\theta + B \sin^2 \theta, \\ B' &= A \sin^2 \theta + C \sin 2\theta + B \cos^2 \theta, \\ C' &= C \cos 2\theta - \frac{1}{2}(B - A) \sin 2\theta \end{aligned}$$

- (c) Para qual ângulo θ os eixos x e y se tornam os eixos principais de inércia?
2. Um pêndulo de comprimento l e massa m está conectado a outro pêndulo idêntico pelo extremo, e ambos oscilam com amplitudes angulares θ_1 e θ_2 respectivamente, como mostra a figura. A lagrangiana de pequenas oscilações é dada por:

$$L = m l^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}_2^2 + m l^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - m g l \theta_1^2 - \frac{1}{2} m g l \theta_2^2$$

Calcular as frequências e vetores característicos dos modos normais de oscilação.



3. Duas partículas de massa m estão conectadas por uma barra sem massa de comprimento $2b$, como mostra a figura. O sistema gira com velocidade angular $\vec{\omega}$ no entorno de um eixo que forma um ângulo ϕ com a barra. Calcule o tensor de inércia do sistema relativo ao sistema de eixos cartesianos XY da figura e o vetor momento angular.

